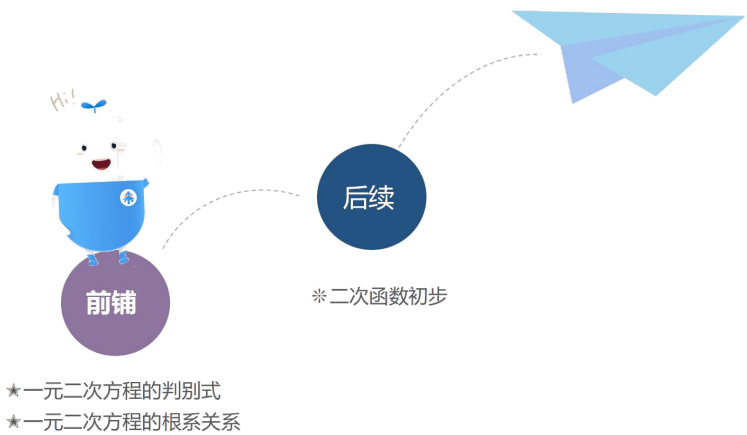
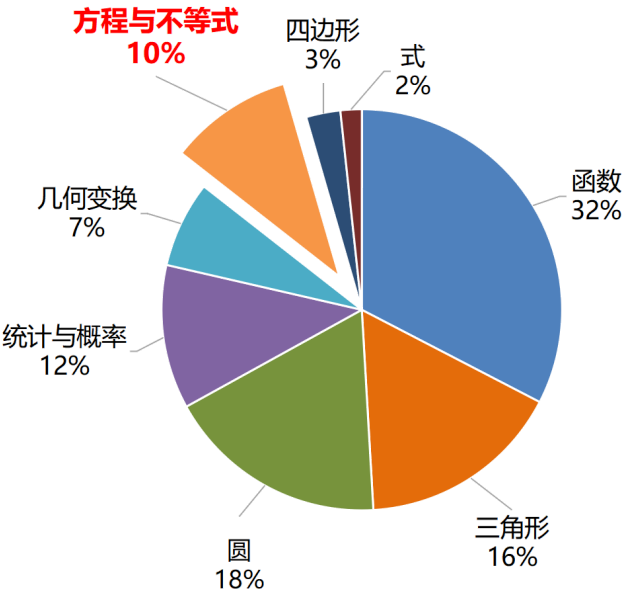


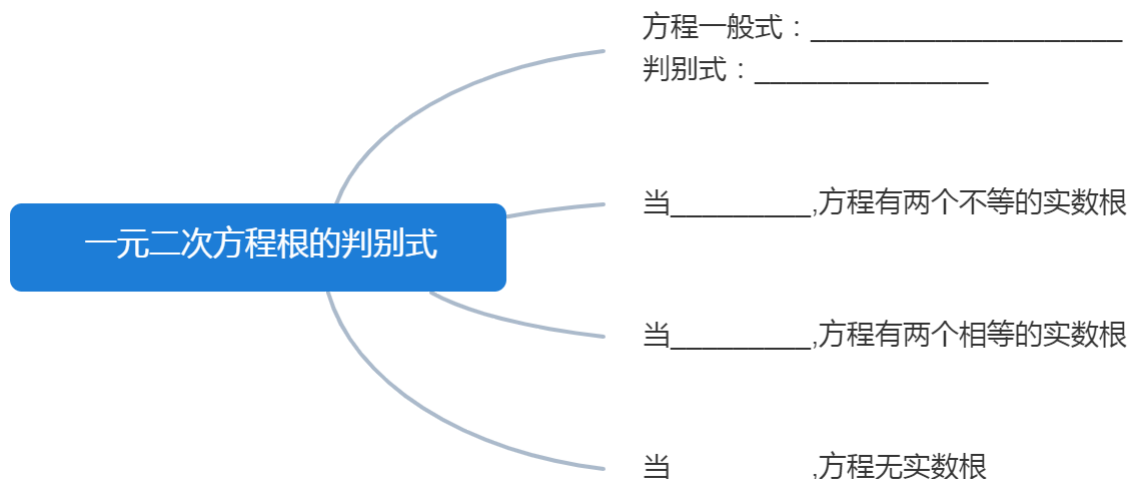
第2讲 一元二次方程的判别式和根系关系

知己知彼



一、一元二次方程的判别式

根的判别式基本概念



例题

- 已知一元二次方程 $x^2 + x - 1 = 0$ ，下列判断正确的是（ ）。
A. 该方程有两个相等的实数根
B. 该方程有两个不相等的实数根
C. 该方程无实数根
D. 该方程根的情况不确定
- 不解方程，判断一元二次方程根的情况： $x^2 - 4x - 3 = 0$ 。
- 方程 $(2x + 1)(x - 2) = 1$ 的解的情况是（ ）。
A. 有两个不相等的实数根
B. 没有实数根
C. 有两个相等的实数根
D. 有一个实数根

练习

- 方程 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 的根的情况是（ ）。
A. 有两个不相等的实数根
B. 有两个相等的实数根
C. 没有实数根
D. 有一个实数根
- 计算一元二次方程的判别式： $-3x^2 + 6x + \frac{2}{5} = 0$ ，则 $\Delta =$ _____。
- 不解方程，判断一元二次方程根的情况： $16x^2 + 9 = 24x$ 。

根的判别式与参数结合

例题

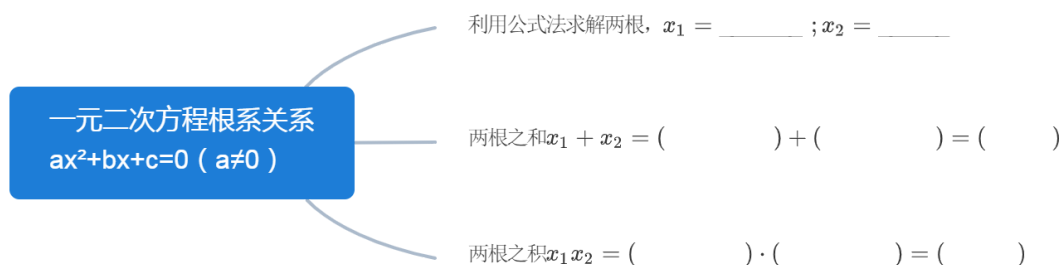
7. 如果关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + x - 1 = 0$ 有实数根, 则 a 的取值范围是 ().
A. $a > -\frac{1}{4}$ B. $a \geq -\frac{1}{4}$ C. $a \geq -\frac{1}{4}$ 且 $a \neq 0$ D. $a > -\frac{1}{4}$ 且 $a \neq 0$
8. 已知关于 x 的方程 $ax^2 + 2x - 2 = 0$ 有实数根, 则实数 a 的取值范围是 ().
A. $a \geq -\frac{1}{2}$ B. $a \leq -\frac{1}{2}$ C. $a \geq -\frac{1}{2}$ 且 $a \neq 0$ D. $a > -\frac{1}{2}$ 且 $a \neq 0$

练习

9. 如果关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - 3x - 1 = 0$ 有两个不相等的实根, 那么 k 的取值范围是 _____ .
10. 已知关于 x 的方程 $kx^2 - (2k+1)x + k - 2 = 0$.
(1) 若方程有两个相等的实数根, 则 k _____ ;
(2) 若方程有两个不相等的实数根, 则 k _____ ;
(3) 若方程有实数根, 则 k _____ ;
(4) 若方程没有实数根, 则 k _____ .
11. 已知关于 x 的方程 $(k-1)x^2 - (k-1)x + \frac{1}{4} = 0$ 有两个相等的实数根, 求 k 的值.

二、一元二次方程的根系关系

一元二次方程的根系关系



例题

12. 已知 m, n 是方程 $x^2 + 2x - 5 = 0$ 的两个实数根, 则 $m - mn + n = \text{_____}$.
13. 方程 $2x^2 + 4x + 1 = 0$ 的解为 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 = \text{_____}$; $x_1 x_2 = \text{_____}$.
14. 已知 m, n 是方程 $x^2 + 2x - 2019 = 0$ 的两个根, 则代数式 $m^2 + 3m + n$ 的值为 _____ .

15. 方程 $2x^2 + 3x - 1 = 0$ 的两个根为 x_1 、 x_2 ，则 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ 的值等于_____.

练习

16. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 3x - 4 = 0$ 的两根为 x_1 、 x_2 ，则 $2x_1 + 2x_2 + x_1x_2 =$ _____.

17. 设 x_1 、 x_2 是一元二次方程 $x^2 + 4x - 3 = 0$ 的两根，且 $2x_1(x_2^2 + 5x_2 - 3) + a = 2$ ，则 $a =$ _____.

18. 若 α 、 β 是方程 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 的两个实数根，则 $\alpha^2 + \beta^2$ 的值为().

A. 10

B. 9

C. 8

D. 7

根与系数的应用

例题

19. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + 2m = 0$ 有一个根为 -1 ，则另一个根为().

A. 5

B. -3

C. -5

D. 4

20. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + kx + 4k^2 - 3 = 0$ 的两个实数根分别是 x_1 、 x_2 ，且满足

$x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$ ，则 k 的值为().

A. -1 或 $\frac{3}{4}$

B. -1

C. $\frac{3}{4}$

D. 不存在

练习

21. 已知 $x = -1$ 是方程 $x^2 + mx - 5 = 0$ 的一个根，方程的另一根为_____.

22. 已知方程 $2x^2 + kx - 4 = 0$ 的一个根为 4 ，则另一根为_____， $k =$ _____.

23. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 3x + m - 1 = 0$ 的两个实数根为 x_1 、 x_2 .

(1) 求 m 的取值范围.

(2) 若 $2(x_1 + x_2) + x_1x_2 + 10 = 0$ ，求 m 的值.

24. 已知关于 x 的方程 $k^2x^2 - (2k - 1)x + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，那么使该方程的两个实数根互为相反数的 k 的值是().

A. 不存在

B. 1

C. -1

D. $\frac{1}{2}$

25. 设关于 x 的方程 $2x^2 + kx + 2 = 0$ 的两根分别为 α 、 β ，且 $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ ，则 k 等于().

A. 2

B. -4

C. 4

D. -2